

5 §3, תרגילים

1. חשב את תכנית Killing $\mathfrak{g} = \mathfrak{sl}_n(K)$:
 $(x, y) = 2n \operatorname{tr}(xy) - \operatorname{tr}(x)\operatorname{tr}(y)$
 (ב- $\mathfrak{sl}_n(K)$): $(x, y) = 2n \operatorname{tr}(xy)$

2. תהי \mathfrak{g} אלגברה ליניארית (מממית סופית...). הוכח

כי תכנית Killing היא זמנית סגורה.

3. תהי $\mathfrak{g} \subset \mathfrak{sl}_n(K)$ תת אלגברה ליניארית (מממית סופית).

הצגה זו. הוכיח כי $\mathfrak{sl}_n(K)$ פתוחה, אך לא נילטרנטית.

4. יהי \mathfrak{g} פתוח אידיאל באלגברה ליניארית \mathfrak{g} . נסמן $\mathfrak{g} = \mathfrak{g}$.

אם תכנית Killing \mathfrak{g} היא \mathfrak{g} , וכן, \mathfrak{g} תכנית Killing

היא (באלגברה ליניארית). הוכח כי

$$\mathfrak{g} = \mathfrak{g} \mid \mathfrak{g}$$

5. תהי \mathfrak{g} אלגברה ליניארית. הוכח כי $Z(\mathfrak{g}) \neq 0$ יתר על כן,

הוכח כי $Z(\mathfrak{g}) \neq 0$ אם $\mathfrak{g} \neq 0$.

6. יהיו $\mathfrak{g}, \mathfrak{h}$ אלגברות ליניאריות. הוכח כי

$\mathfrak{g} + \mathfrak{h}$ היא אלגברה ליניארית.

7. מצא את תת אלגברות Cartan ב- $\mathfrak{sl}_n(K)$ או $\mathfrak{so}_n(K)$.

בהינתן את בירוק Cartan בעזרת המקרים, וברוק $\mathfrak{h} = \mathfrak{g}$.

חשב את ה-3 ציבים של תכנית Killing \mathfrak{h} בעזרת המקרים,

(במקרה חשב את $(x, y) = \operatorname{tr}(ad_x \cdot ad_y)$ על \mathfrak{h} , $x, y \in \mathfrak{h}$)